formate in infiniti modi diversi con due variabili indipendenti, senza che le superficie definite dalle corrispondenti espressioni (34) sieno perciò necessariamente distinte fra loro. È chiaro infatti che se nell'espressione (34) si surrogano alle $u, v$ due funzioni arbitrarie di due nuove variabili $u', v'$, l'espressione risultante, riducibile sempre alla forma

$$E'du'^2 + 2Fdu'dv' + G'dv'^2, \tag{34'}$$

è atta, non meno della prima, a definire la superficie originaria (e per conseguenza anche tutte quelle che se ne possono dedurre mediante semplici flessioni), giacché la trasformazione che si è effettuata sulle variabili equivale all'assunzione di un nuovo sistema di coordinate curvilinee.

Per poter dunque giudicare se due espressioni della forma (34), (34') appartengano ad una medesima superficie o, ciò che torna lo stesso, a due superficie sovrap-ponibili l'una all'altra, bisogna cercare se sia possibile istituire fra le $u, v, u', v'$ due relazioni tali, che in virtù di esse l'una espressione si trasformi identicamente nell'altra. Ed è manifesto che le condizioni di questa possibilità devono equivalere, geometricamente, all'eguaglianza di certe proprietà assolute delle due superficie, in numero necessario e sufficiente a determinarne l'identità. Di qui si scorge quanto sia importante la conoscenza di queste proprietà, per la risoluzione dei problemi che si presentano nella teoria delle superficie flessibili.

Ora l'espressione analitica di queste proprietà assolute deve evidentemente essere somministrata da formole, in cui entrino quelle sole quantità che compajono nell'espressione dell'elemento lineare della superficie, cioè le $u, v, E, F, G$ e le derivate delle $E, F, G$ rispetto alle $u, v$, e se quell'espressione è la più generale possibile, cioè se le linee coordinate $u$ = cost., $v$ = cost. sono del tutto indeterminate, quelle formole, dovendo essere indipendenti dalla scelta delle coordinate stesse, debbono conservare la medesima forma qualunque sia il significato geometrico attribuito alle variabili. Dunque ogni forinola che esprime una proprietà assoluta dev'esser tale che, sostituendo alle variabili $u, v$ due funzioni *arbitrarie* di due nuove variabili $u', v'$, essa si trasformi in un'altra forinola, nella quale entrino le $u', v', E', F', G'$ e le derivate delle $E', F', G'$ rispetto alle $u', v'$ nello stesso modo in cui nella prima entravano le $u, v, E, F, G$ e le derivate delle $E, F, G$ rispetto alle $u, v$. Ora è facile provare, innanzi tutto, che tali formole o funzioni non possono contenere le $u, v$ esplicitamente. Infatti se

f(u v E F G M H \
-> V> V> L> *> ^ du ' dv > ' ' 7

fosse una di queste funzioni, ponendo $u = u' + a$, $v = v' + b$, ed osservando che

$BE'$ $dE$

----- - ecc.. si troverebbe quale funzione trasformata

— —